Vybrané úlohy prohlubující logické myšlení ve výuce matematiky 2. stupně ZŠ

Posudek oponenta bakalářské práce Petry Hejdové – 2022

Charakter a rozsah práce: Rozsah 97 stran, z toho 86 stran základní práce a 11 stran příloh. Cílem práce je podat informace, příklady některých typů úloh a výzkum k logickým úlohám v matematice v tématu dělitelnost (pro 6. ročník ZŠ) a zlomky (pro 7. ročník ZŠ).

Komentář:

- Rozdělení práce (mimo závěr a přílohy):
  - cca 20 stran ... úvod do výrokové logiky,
  - cca 7 stran ... širší vymezení logických úloh a jejich stopa v RPV,
  - cca 25 stran ... logické úlohy v oblasti dělitelnosti a v oblasti zlomků,
  - cca 20 stran ... praktický výzkum a zpětná vazba z výzkumu.
- Chyby pravopisné a matematické:
  - Práce je psána spisovnou češtinou bez chyb.
  - Na straně 9 po definici výrokové proměnné označené a, b, c by bylo užitečné poznamenat, že a, b ve výroku v_3 nejsou výrokovými proměnnými, ale označují prvky jisté množiny, většinou množiny čísel (možná odkaz na def. 1.7 až 1.9 na str. 19: v příkladu v_3 se jedná o proměnné, nikoli výrokové proměnné). Příklad je uveden hned za definicí výrokové proměnné bez vysvětlení, tj. čtenář by mohl získat tento falešný dojem.
  - Na stranách 15 a 17 v tabulkách pravdivostních hodnot výroků nejsou uvedeny všechny varianty kombinace pravdivostních hodnot dílčích výroků, zřejmě nedopatřením (namísto toho se některé opakují vícekrát).
  - Str. 26, negace výroku t: „Každý kalendářní měsíc nemá 28 dní“ ... tento výrok v češtině znamená totéž jako „Ne každý kalendářní měsíc má 28 dní“, tj. existuje kalendářní měsíc, který nemá 28 dní. Abyste použila slovo „každý“ česky správně, musíte formulovat sloveso v pozitivu, například: Počet dní každého kalendářního měsíce se liší od čísla 28. Nebo: Každý kalendářní měsíc má počet dní, který se liší od čísla 28. Podobně i výrok v na straně 26. Je potřeba tyto příklady opatřit minimálně poznámkou, že čeština vlastně při přetváření slovesa z pozitivu do negativu vyžaduje současně negativy všech obecných příslovečných určení a zájmen, tj. české věty, které znegují jen slovesný tvar, nejsou správnými negacemi v matematickém smyslu.
  - Strana 28, výrok v a jeho negace: Obrat „každý účastník plesu“ se týká obou predikátů-sloves, tj. při negaci musíte obrat „aspoň jeden účastník plesu“ vztáhnout na celou výpověď. Negace výroku v má například tvar: Existuje alespoň jeden účastník plesu, který si nezakoupí lístek a vyhraje v tombole nebo zakoupí si lístek a v tombole nevyhraje.

- Poznámky k obsahu práce:
  - Úvod do výrokové logiky je stále velmi dobrý a po upravení-doplnění drobností navržených výše by mohl být dobrým uvedením do této problematiky.
  - Je vhodné Vaše vymezení logiky v obecnějším smyslu jako souboru ukazatelů, na jejichž základě nacházíme cestu k řešení úloh jistého typu. Viz též DP Ivety Trombikové na PdF MU v roce 2021, str. 11 (matematicky.rozhovor.cz/bakalarky/DP-IT-s-doplnenim.pdf): logika v širším slova smyslu je hledáním a nalézáním cest k řešení problémů; „sleduje, jak se žáci dokážou v situacích zorientovat, propojit ji s pojmy, urovnat si vztahy mezi pojmy a nalézt cestu ke správnému řešení.“
  - Jako velký přínos Vaší práce vidím rozbor úloh v nově vznikající sérii učebnic Jedličková, Krupka, Nechvátalová (díl 3: Dělitelnost; díl 6: Zlomky, poměr) a upozornění na to, že řada logických úloh ve výše chápaném širším slova smyslu se objevuje nejen v matematických soutěžích, ale i v řádně schválených učebnicích pro druhý stupeň ZŠ, rozborem jejichž pracovních sešitů se zabýváte. Přispívá to k porozumění, že logické úlohy, ať už je označíme za standardní či nestandardní, se objevují v učebnicích pro ZŠ, nebo minimálně v sérii učebnic, kterou se zabýváte.
  - Jen malé doplnění k uvažované sérii učebnic, které není moc v učebnicích samotných řečeno a mohlo by být pro tuto sérii zajímavé: Každá z učebnic se věnuje i nějakému mezipředmětovému vztahu, který poskytuje obsahovou motivaci pro celou řadu úloh. Díl 3: Dělitelnost ... věnuje se historii; Díl 6: Zlomky a poměr ... věnuje se spojitosti se zeměpisem (a možná i přírodopisem?), což je vidět z úloh o zvířatech, vodních tocích, přiřazení států k hlavním městům, apod. Mezipředmětové téma není moc nikde řečeno, ale lze je poměrně dobře určit z obsahu-témat mnoha úloh.
  - Oceňuji tedy konkrétně Vaši klasifikaci úloh podle typů v učivu „dělitelnost“ a „zlomky“ a rozdělení úloh do sedmi kategorií v každém tématu (o něco podobného se loni snažila výše uvedená práce Ivety Trombikové, tj. doporučuji pro srovnání – ta se pro změnu snažila o klasifikaci všech typů úloh matematických soutěží zejména podle matematických pojmů, které se v nich vyskytují; téma je podobné Vašemu v tom směru, že matematické soutěže rovněž uvádějí, že jejich úlohy jsou netradiční a nestandardní). Jen je škoda, že jste typy úloh neseřadila stejně u obou učebnic, když jste u obou učebnic určila přesně stejné typy – úlohy typu 4 a 5 jsou pouze přehozeny v pořadí, a opět úlohy typu 6 a 7 jsou též opět jen přehozeny (například dělitelnost 7 i zlomky 6 jsou slovní úlohy, a podobně dělitelnost 6 a zlomky 7 jsou hry a rébusy)[1]. Tímto způsobem (možná po provedení drobných změn v číslování úloh,

[1] Také jste mohla toto dělení na typy úloh zdůraznit při své číslování úloh, aby čtenář Vaší práce hned věděl u čísla úlohy, o jaký typ se jedná: namísto „Úloha 4.9“ psát „Dělitelnost – Hry a rébusy 6.1“, namísto „Úloha 4.10“ psát „Dělitelnost – Hry a rébusy 6.2“, aby čtenář vždy u zadání viděl, „v jakém typu úloh jakého tématu se nachází“. Je to sice jen formální poznámka, ale tímto způsobem byste dobře „prodala“ přínos své práce.

jak je naznačeno v této mé poznámce) poskytujete dobrý materiál pro učitele jak databáze různých typů úloh daných témat, tak povzbuzení ke kategorizaci a typizaci úloh v dalších tématech, které by učitele vedly k přemýšlení, zda zařazuje úlohy z každé skupiny, tj. zda procvičuje dané různé dovednosti při úlohách všech možných typů. Vaši práci na str. 36-62 bych doporučil každému učiteli matematiky v šestém a sedmém ročníku.

- Poznámky k výzkumu:
  - Tolik úloh nevyřešil žádný žák ... zde bych možná doporučil zeleně vybarvit okýnka u všech úloh, kde aspoň jeden úspěšný řešitel byl, aby těch červených okýnek nebylo tolik. Zeleně mohla být vybarvena všechna „pozitivní“ okénka, kdy žáci něco věděli či vyřešili.
  - Namísto sloupečku „chybná odpověď“ bych volil spíše „nevyřešilo“, což lépe vystihuje, že se počítá odpověď chybná nebo žádná.
  - Z tabulky na straně 68 je vidět, že obě třídy byly střídavě úspěšnější u různých úloh (tj. žáci nejsou do tříd rozdělení podle úrovně dovedností v matematice), tj. možná to rozdělení na 6.A, 6.B nebylo důležité a mohla jste v tomto případě prostě sečíst výsledky žáků šestého ročníku do jedné tabulky. Podobně by možná stačilo sečtení výsledků všech žáků sedmého ročníku do tabulky, protože výsledky ve všech třídách jsou srovnatelné, v žádné třídě nejsou vyloženě matematicky handicapované děti.
  - Máte asi pravdu, že žáci se s úlohami některých typů nesetkali. O to víc je důležitá nápomocná formulace. V příkladu 6.1 pracovního listu (str. 87) by snad pomohlo formulaci upřesnit oproti strohé formulaci z učebnice, navrhuji například: „Vypište všechny dělitele daných přirozených čísel, které lze určit“. Obecně totiž všechny dělitele přirozeného čísla y nelze určit.
  - Ad příklad 6.6, str. 89: Žáci nedělají metodu experimentu! Bylo odhaleno! Stačí vypsat si prvočísla menší než 36 a vyzkoušet!
  - Ad příklad 7.1, str. 92: Opět zadání lze zlidštit, například: Rozšiřte zlomek $\frac{a}{b}$ přirozeným číslem ...
  - Ad úloha 7.6 o kapesném, str. 94: Jedná se o úlohu ještě o úroveň těžší než je úloha 4.25, protože po odečtení $1 - \frac{3}{10} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ dostaneme $\frac{5}{20}$, a to ještě musíme rozšířit číslem 30, abychom v čitateli obdrželi číslo 150, respektive najít celek, pokud 150 je jedna čtvrtina celku. Možná pro začátek stačila jen úloha 4.25. Zdá se mi, že úlohy 4.24, 4.25 a úloha 7.6-str.94 představují kaskádu úloh se vzrůstající náročností, které lze žákům zadat ve třech po sobě jdoucích hodinách či testech – postupně narůstá množství logických dovedností, které mají prokázat.
  - Obecně řečeno, výzkum patrně splnil Vaše základní cíle: dal najevo, se kterými úlohami se žáci nesetkali, a zřejmě také dílčí žákovské řešení úloh poskytlo informace o tom, s jakými fázemi řešení či jakými metodami-pojmy mají žáci menší zkušenosti.

Nově probrané oblasti nad rámec studia: Studentka podrobně prostudovala dvě učebnice z nové řady učebnic matematiky pro druhý stupeň ZŠ.

Co je přínosem práce: Přínosem práce je klasifikace úloh v tématech dělitelnost (6.ročník) a zlomky (7.ročník) podle způsobu jejich řešení či charakteru úlohy.

Otázky k obhajobě:

1. Petro, Vaše práce je velmi zajímavá a vznáší otázku, co to vlastně nestandardní logická úloha je. Rád bych se zeptal: a) v čem jsou úlohy, které jste do své práce vybrala, nestandardní? b) existuje i rozměr, vzhledem ke kterému by bylo možné je označit za standardní úlohy? Pokud jsou tyto úlohy v určitém ohledu i standardní, tak v jakém?
2. Souhlasíte s tvrzením, že úlohy 4.24, 4.25 a úloha 7.6-str.94 představují kaskádu úloh se vzrůstající náročností? Pokud ano, v čem spočívá nárůst náročnosti?

Celkové hodnocení: navrhuji známku C.

V Brně dne 2. června 2022.

Břetislav Fajmon