

CVIČENÍ 1

1. Třída byla rozdělena na dvě půlky při psaní testu. Aneta, Anička a Adam psali test jako první, zatímco Berenika patřila do druhé skupiny a dělala samostatnou práci. Na druhou hodinu se měly skupiny vyměnit, a ti, co dělali samostatnou práci dostanou test, a ti, co psali test, dostanou samostatnou práci. Když první polovina dopsala svůj test (který měl možnosti odpovědí A, B, C, D) předala Aneta, Anička i Adam Berenice lísteček se správnými odpověďmi. Všichni tři studenti na A jsou dobrými studenty, a tak (ve vyplňování testu a přepisování svých odpovědí) dva z nich udělali maximálně jednu chybu a jeden z nich maximálně dvě. Chybou je myšleno zápis špatné odpovědi. Po rozbalení lístečků uviděla Berenika následující:

Aneta: A B A C C D D A A C
 Anička: A B A D C D D A A C
 Adam: A B A D C D B A A B

Kolik je způsobů, jakými může Berenika test vyplnit tak, aby ho vyplnila co možná nejvíc správně, dle informací, které má? Samotnému učivu nerozumí a při vyplňování bez pomoci by měla špatně každý příklad, čerpat tedy může pouze ze tří lístečků svých spolužáků.

2. Každá debetní a kreditní karta má své šestnáctimístné číslo. V tomto čísle však poslední číslice není libovolná. Tvým úkolem bude dle následujícího postupu sestavit validní číslo platební karty, máme-li dáno úvodních patnáct čísel. Postupuj následovně (v závorce bude prováděn příklad pro číslo 1522 7682 0293 153):
- Označ každou druhou cifru tohoto čísla, přičemž začni posledním číslem a jdi od něj zprava doleva (**1522 7682 0293 153**).
 - Každou tuto číslici zdvojnásob (**2542 (14)6(16)2 02(18)3 256**).
 - Proveď ciferný součet zdvojnásobených číslic a následně jej sečti se všemi ostatními číslicemi ($2+5+4+2+(1+4)+6+(1+6)+2+0+2+(1+8)+3+2+5+6$).
 - K výsledku tohoto součtu najdi číslici, která po přičtení k tomuto součtu vytvoří číslo dělitelné deseti ($60+\underline{0}=60$; $60:10=6$).
 - Tuto číslici dejte na poslední pozici původního čísla (**1522 7682 0293 1530**)

Čísla, na která tento postup aplikuj, jsou následující:

2115 6958 3256 452

7566 8255 1213 324

4229 8967 8050 156

ŘEŠENÍ CVIČENÍ 1

- Možná správná řešení jsou: A B A D C D D A A C; A B A D C D D A A B, A B A D C D B A A C
- Správně vytvořená čísla jsou: 2115 6958 3256 4525, 7566 8255 1213 3241, 4229 8967 8050 1563

ROZDĚLENÍ DO TÝMŮ

Najdi svůj tým, společně se budete věnovat těmto tématům:

- Pafnutij Lvovič Čebyšev
- Samoopravné kódy minulosti

CVIČENÍ 2

- V jakých oblastech matematiky se Pafnutij Lvovič Čebyšev pohyboval?
- Uveďte jeden citát Pafnutije Lvoviče Čebyševa.
- Za otce čeho je Pafnutij Lvovič Čebyšev považován?
- Jak a kde Pafnutij Lvovič Čebyšev zemřel?
- K čemu slouží Čebyševova metoda?
- Postulát kterého matematika Čebyšev dokázal?

CVIČENÍ 3

- Představme si situaci, že na CD ukládáme nějakou informaci, dejme tomu nějaký obrázek, který na disk ukládáme jako dlouhou sekvenci nul a jedniček. Takové CD se může poškrábat a jakmile by se tak stalo, tak bychom přišli o určité množství informací na disku uložených. Jedna z možností, jak zajistit, aby se dané informace nepoškodila může být možnost několikrát ukládané informace zkopírovat za sebe.
 - Kolik kopií určité informace je třeba uložit, abychom měli jistotu, že se nám podaří informaci opravit, dojde-li v ní maximálně ke dvěma chybám?
 - Jakého účinku dosáhneme, když informaci zkopírujeme dvakrát? Budeme v ní schopní jednu chybu v nějakém bitu detekovat nebo dokonce opravit?
- Luhnův algoritmus je princip využívaný při konstrukci a ověřování identifikačních čísel, například čísel kreditních a debetních karet. Princip konstrukce čísel pomocí tohoto algoritmu byl popsán v druhé části cvičení 1. Rozhodněte, zda následující šestnáctimístná čísla jsou správně zkonstruována pomocí tohoto algoritmu.

5642 1882 3569 2135	2790 4572 5113 3833	2113 4864 2129 5941
7253 6356 1266 7682	4251 6254 2152 1738	2593 4367 7884 1820

- Při přidělování rodných čísel platí pravidlo, že rodné číslo musí být dělitelné 11. Toto je zajištěno poslední cifrou, která je vždy nastavena tak, aby dělitelnost jedenácti platila. Rodné číslo bývá destimístné.
 - Zde uvádím čísla, která jsou dělitelná jedenácti: 121, 352, 824120, 0512054070. Udělejte rozdíl mezi součtem cifer na sudých pozicích a součtem cifer na lichých pozicích.
 - Ověřte, zda jsou tato rodná čísla správně utvořená: 0459021027, 7806062348, 9206025125
- BONUS: Zkuste přijít na způsob, jakým můžeme libovolnou informaci (uloženou pomocí jedniček a nul) obohatit o jeden další znak (nulu nebo jedničku), tak abychom vždy poznali, že ve zprávě došlo k nějaké chybě. (chybou je myšleno, že změníme jedničku na nulu a obráceně) Tato chyba může nastat na libovolné pozici.

CVIČENÍ 1

1. Arnošt se snaží si uložit nákupní seznam do mobilu. Zatím na něm má pouze dvě položky. Bohužel se od uložení tohoto seznamu po jeho vytažení v obchodě někdo naboural do Arnoštova mobilu a několik písmen mu změnil, takže seznam vypadal následovně:

Tva khleby
Jadem sagát

Kolik nejméně znaků potížišta změnil? Předchozí seznam byl gramaticky správně a popisoval jídlo, jež je možné koupit v supermarketu. Co bylo v seznamu napsáno před změnou? (ch je počítáno jako dva znaky)

2. Arnošt si do mobilu také uložil fotku ze svatby se svojí manželkou Věrou. Tato fotka se v mobilu ukládá jako posloupnost jedniček a nul. Podobně jako my v lidské řeči (viz první část tohoto cvičení), má i mobil schopnost rozeznat „gramaticky“ správně zapsané informace. Určité dva úseky uložené fotky napadl potížišta a změnil v nich některé znaky. V těchto částech by procesor telefonu očekával jednu z těchto „gramaticky správných“ posloupností:

00111, 01110, 01001, 11100, 10101, 10010, 11011

Obdržel však posloupnosti:

- a) 01111
- b) 10000

Máme-li jistotu, že potížišta udělal jenom jednu chybu, na které posloupnosti by bylo možné opravit obdržené posloupnosti? Dají se obě opravit jednoznačně?

- c) Určete ke kolika chybám by muselo dojít, aby se obdržená posloupnost přeměnila na jednu z „gramaticky správných“. Vypočítej tento počet chyb pro každou dvojici („obdržená posloupnost“; „gramaticky správná posloupnost“). K zápisu řešení můžeš využít tabulku:

	00111	01110	01001	11100	10101	10010	11011
01111							
10000							

ŘEŠENÍ CVIČENÍ 1

1. Potížišta změnil nejméně pět znaků. Seznam před změnou říkal: „Dva chleby, jeden salát.“
2. Podúlohy vyšli následovně:
 - a. Sekvence se neopraví jednoznačně, je možné ji opravit na 00111 i na 01110.
 - b. Sekvence se jednoznačně opraví na sekvenci 10010.
 - c. Odpovědi v tabulce:

	00111	01110	01001	11100	10101	10010	11011
01111	1	1	2	3	3	4	2
10000	4	4	3	2	2	1	3

ROZDĚLENÍ DO TÝMŮ

Najdi svůj tým, společně se budete věnovat těmto tématům:

- I. Hans Peter Luhn
- II. Hammingova vzdálenost

CVIČENÍ 2

- a. Na jaké pozici a v jaké armádě sloužil v první světové válce Hans Peter Luhn?
- b. Který vynález Hanse Petera Luhna se uplatnil v textilním průmyslu?
- c. Pro jakou společnost byl Hans Peter Luhn výzkumníkem?
- d. Jak a kdy zemřel Hans Peter Luhn?
- e. Co to znamená KWIC?
- f. Jaké ocenění Hans Peter Luhn dostal?

CVIČENÍ 3

- a. Úkoly ve cvičení 1 v nás vytvořili jistou představu o jakési vzdálenosti mezi řetězci (písmen nebo čísel). Určili jsme ji jako počet pozic, ve kterých se tyto dva řetězce liší. Určete vzdálenost následujících řetězců:

- 1) Řetězec ‚kororrrrotkt‘ od ‚kururrrrutkt‘
- 2) Řetězec ‚215424545‘ od ‚214525454‘
- 3) Řetězec ‚0110 1101 0111 0101 0110 1100‘ od ‚0000 0000 0000 0000 0000 0000‘

- b. Vzdálenost z předchozího cvičení nazvěme Hammingovou vzdáleností, v geometrii jsme totiž zvyklí, že vzdálenost znamená něco jiného, tuto konvenční vzdálenost, kterou z geometrie známe nazveme Eukleidova vzdálenost. Každá vzdálenost jistě musí splňovat následující čtyři podmínky:

- 1) Vzdálenost libovolných dvou prvků je nenulová
- 2) Vzdálenost prvku A od B je stejná jako vzdálenost prvku B od A.
- 3) Dva prvky mají vzdálenost rovnu nule právě tehdy, když jsou tyto dva prvky stejné.
- 4) Pro tři prvky A, B, C platí, že vzdálenost A od C je vždy menší nebo rovna vzdálenosti A od B sečtená se vzdáleností A od C, tj. splňuje trojúhelníkovou nerovnost.

Ukažte, že Hammingova vzdálenost skutečně splňuje tyto podmínky.

- c. Ve druhé podúloze cvičení 1 jsme některé řetězce definovali jako ‚gramaticky správné‘. Takové řetězce budeme nazývat kódová slova. Informace vždy ukládáme jako kódová slova, a proto, když software přečte řetězec, který není kódovým slovem, tak jsme schopni říct, že v uložené informaci došlo k nějakému ruchu, který informaci poškodil.

- 1) Co však musí platit pro Hammingovu vzdálenost libovolných dvou kódových slov, abychom vždy dokázali rozpoznat jednu chybu, ke které v kódovém slově došlo.
- 2) BONUS: Co musí platit pro Hammingovu vzdálenost dvou libovolných kódových slov, abychom dokázali opravit dvě chyby, ke kterým by v kódovém slově došlo.

CVIČENÍ 1

1. Eren pracuje jako kontrolor dat. Jeho prací je kontrolovat, že všechna přijatá data došla bez újmy a aby odesílaná data odcházela s náležitou ochranou. Každá jednotka dat se skládá z 16 znaků, vybíraných z množiny {0,1}. Pro obyčejné zprávy je systém, že po každém bloku 15 znaků následuje jeden znak kontrolní, zvolený tak, aby byl finální součet znaků sudý. Pro prioritní zprávy je systém, kdy poslední dva znaky jsou kontrolní a značí, jaký zbytek dává součet předchozích znaků po dělení čtyřmi (00 = zbytek 0; 01 = zbytek 1; 10 = zbytek 2; 11 = zbytek 3). Eren má odeslat následující zprávy:

Obyčejné: 0101110100101_, 111011000001100_

Prioritní: 11101010111011_-, 10111001001001_-

Erenovi naopak došly ke zkontrolování tyto sekvence:

Obyčejné: 0010111010011010, 1011110110011011

Prioritní: 1101101011010010, 1000011000111000

Určete, jaké znaky má Eren doplnit a které z přijatých sekvencí jsou validní.

2. Pro posílání citlivých informací používá Eren následující schéma s očíslovanými pozicemi:

0.	1.	
2.	3.	4.
	5.	6.

přičemž tučně označené pozice obsahují kontrolní znaky a netučně označené pozice obsahují zprávu. Jak je ze schématu vidět, citlivé informace se posílají v jednotkách po osmi. Kontrolní znak na pozici 0 zajišťuje, aby součet všech kontrolních znaků a znaku na pozici 6 byl sudý. Kontrolní znak na první pozici zajišťuje, aby součet všech znaků v červeném rámečku byl sudý. Kontrolní znak na druhé pozici zajišťuje, aby součet všech znaků v modrém rámečku byl sudý. Do následujících schémat doplňte kontrolní znaky, aby byly správně doplněné:

	1	0
	0	0

	0	1
	1	0

	1	1
	0	1

V následujících schématech došlo k právě jedné chybě, na základě vědomostí ohledně fungování kontrolních znaků urči, na které pozici k chybě došlo a oprav ji.

0	0	
0	1	1
	0	1

1	0	
1	1	1
	1	0

ŘEŠNÍ CVIČENÍ 1

- Obyčejné zprávy k odeslání: 01011101001011, 1110110100011000
 Prioritní zprávy k odeslání: 1110101011101110, 1011100100100111
 Obyčejné zprávy přijaté: první správně, druhá špatně
 Prioritní zprávy přijaté: první špatně, druhá špatně
- Citlivé zprávy k odeslání: 0111000, 0110110, 0101101
 Citlivé zprávy přijaté: 0001101 -> 0101101, 1011110 -> 1011010

ROZDĚLENÍ DO TÝMŮ

Najdi svůj tým, společně se budete věnovat těmto tématům:

- Gustave Solomon & Irving Reed
- Hammingovy kódy

CVIČENÍ 2

- Co spolu vytvořily Gustave Solomon & Irving Reed?
- S kým vytvořil Irving Reed jiný kód?
- Jak se jmenuje polynom, jež Gustave Solomon objevil a definoval spolu s někým jiným, než Irvingem Reedem?
- Jaký měl Gustave Solomon vztah s muzikou?
- Kdy a jakou cenu spolu Gustave Solomon & Irving Reed obdrželi?
- Proč Irving Reed nakonec nemusel do námořnictva?

CVIČENÍ 3

- Je systém pro prioritní zprávy (ze cvičení 1) účinnější v detekci chyb než systém pro obyčejné zprávy (ze cvičení 1)? (účinnějším se zde myslí, zda dokážeme jistě detekovat nebo opravit větší počet chyb.)
- Na kterých pozicích nedokáže schéma ze cvičení 1 podúkol 2 opravit jednu chybu?
- Jaké instrukce bychom museli dát kontrolním bitům ze schématu ve cvičení 1 podúkol 2, aby toto schéma bylo schopné vždy opravit jednu chybu na libovolné pozici?
- Richard Hamming vytvořil kód, který je schopný opravit právě jednu chybu a detekovat situaci, kdy došlo k sudému a kdy k lichému počtu chyb. Na obrázku si ukážeme, jak funguje. Máme 4x4 schéma, číslujeme od nulté pozice k pozici patnácté. Informace, kterou můžeme uložit musí mít délku přesně jedenáct znaků a zapisuje se na pozice, jež na obrázku nejsou obtaženy tlustou čarou. Naopak pozice obtažené (tzn. pozice 0, 1, 2, 4, 8, tj. nula a mocniny dvojky) obsahují kontrolní bity. Kontrolní bit na pozici 1 se nastaví na 0 nebo 1 tak, aby součet znaků na všech pozicích označených jedničkou (z obrázku vidíme, že to je 1. a 3. sloupec) byl sudý. Úplně stejně fungují bity na pozicích 2, 4, 8; kontrolní bit na nulté pozici naopak zajišťuje, aby součet všech šestnácti ostatních znaků byl sudý.

- Doplňte do této sekvence kontrolní znaky:

___ 0 _ 101 _ 0101110.

- Opravte tuto sekvenci, tak, aby vyhovovala předpisům Hammingova kódu:

1111011000101100

- BONUS: Doplňte chybějící bity tak, aby výsledná sekvence vyhovovala Hammingovu kódu:

_ 1 _ 00110 _ 01110 _ _

		sloupce			
		0.	1.	2.	3.
řádky	0.	X 0.	1 1.	2 2.	1,2 3.
	1.	4 4.	1,4 5.	2,4 6.	1,2,4 7.
	2.	8 8.	1,8 9.	2,8 10.	1,2,8 11.
	3.	4,8 12.	1,4,8 13.	2,4,8 14.	1,2,4,8 15.

CVIČENÍ 1

1. Roznásob (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

a. $a = x(x-1)(x+3)$

b. $b = (x-3)(x+2)(x-5)(x+4)$

2. Každý polynom má svůj stupeň e , který je roven nejvyšší mocnině x , jež v polynomu vystupuje. Pro každý z polynomů urči $e+3$ bodů, jež leží na grafu polynomiálních funkcí určených polynomy výše, přičemž tyto body budou mít x -ové souřadnice z tabulky. Cílem je tedy doplnit tabulku. Například pro polynom stupně 8 by bylo třeba určit 11 bodů, kterými prochází.

x	0	1	-1	2	-2	3	-3
a							
b							

ŘEŠENÍ CVIČENÍ 1

1. Výsledky jednotlivých polynomů:

a. $x^3 + 2x^2 - 3x$

b. $120 + 26x - 25x^2 - 2x^3 + x^4$

2. Kořeny jednotlivých polynomů jdou zjistit z jejich rozkladu na součin

a. 0, 1, -3

b. -4, -2, 3, 5

3. Odpovědi v tabulce:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3
a	0	0	4	10	6	36	
b	120	120	72	72	0	0	-48

ROZDĚLENÍ DO TÝMŮ

Najdi svůj tým, společně se budete věnovat těmto tématům:

I. Richard Hamming

II. Polynomy, jež prochází náhodnými body

CVIČENÍ 2

- V jaké společnosti Richard Hamming pracoval?
- Uveďte alespoň jeden citát Richarda Hamminga.
- Na kterém vládním projektu pracoval Richard Hamming?
- Jak a kdy Richard Hamming zemřel?
- Jak se Richard Hamming dostal k vynalézání samoopravných kódů?
- Uveďte dva matematické pojmy nesoucí Hammingovo jméno.

CVIČENÍ 3

Nyní budeme dále pracovat s polynomem a.

a. Vytvořte takový polynom

1) l_0 , aby měl kořeny právě 1, -1, 2 a aby měl v bodu 0 hodnotu 1.

2) l_1 , aby měl kořeny právě 0, -1, 2 a aby měl v bodu 1 hodnotu 1.

3) l_{-1} , aby měl kořeny právě 0, 1, 2, a aby měl v bodu -1 hodnotu 1.

4) l_2 , aby měl kořeny právě 0, 1, -1 a aby měl v bodu 2 hodnotu 1.

(NÁPOVĚDA: součin závorek, jejichž nulový bod bude vždy jeden z kořenů, následně dosadit poslední bod a vydělit celý polynom tak, aby polynom v tom bodě vycházel jedna)

b. Sestrojte polynom L, který bude ve tvaru $L = a(0) \cdot l_0 + a(1) \cdot l_1 + a(-1) \cdot l_{-1} + a(2) \cdot l_2$, kde $a(x)$ je hodnota polynomu a v bodě x. Měl by vyjít polynom a.

c. Z předchozího úkolu vidíme, že každý polynom je jednoznačně zadán e+1 body, kde e je stupeň polynomu. Stejně tak lze tedy tvrdit, že e+1 náhodnými body prochází právě jeden polynom stupně e. Sestrojte polynom procházející body [-1,4]; [2,10]; [-2,6]; [3;2]. Toto jsou body, kterými prochází polynom a, až na bod [3;2], a tedy nemůže vyjít polynom a.

d. BONUS: Kdybychom čtyřmístné zprávy $a_0a_1a_{-1}a_2$ posílali jako hodnoty polynomu zadaného body [0, a_0], [1, a_1], [-1, a_{-1}], [2, a_2] v hodnotách 0, 1, -1, 2, -2, 3 v tomto pořadí a při přenosu takto konstruované zprávy by došlo k chybě v jedné z těchto hodnot, jaký způsobem bychom dokázali tuto chybu opravit. Aplikujte na předcházející příklad.

(NÁPOVĚDA: všechny polynomy zadané 4 body, ve kterých nebyla chyba jsou stejné, jenom polynomy, při jejichž konstrukci využijeme bod, ve kterém došlo k chybě, tak dostaneme polynom jiný)

CVIČENÍ 1

1. Zjednoduš:

$$\frac{(x^2-1)(x+1)}{(x+1)^2} =$$

$$\frac{(x+3)(x-2)(x+1)}{2x^2+2x-12} =$$

$$\frac{x^3-5x^2-2x+24}{(x^2-4)(x^2-9)} =$$

2. Mezi polynomy si ukážeme novou speciální operaci „krok“. Když napíšeme:

$$(x^3 + 2x^2 - 4x + 5) \bowtie (x^2 + 2)$$

myslíme tím

$$(x^3 + 2x^2 - 4x + 5) \bowtie (x^2 + 2) = x \text{ (zbytek } 2x^2 - 6x + 5)$$

Následující návodné úkoly vám ukáží postup, jakým jsme toto vypočítali. Vypočítej následující úkoly pro polynom:

$$(2x^4 - 4x^3 + 5x - 2) \bowtie (x^2 + x - 3)$$

- a. Z prvního polynomu vezmi člen s největší mocninou x a podobně vezmi člen s největší mocninou u z druhého (v ukázkovém příkladu by to bylo $x^2:x=x$) a tento výsledek napiš za rovnítko.
- b. Výsledkem za rovnítkem vynásob druhý polynom (v ukázkovém příkladu by to bylo $x \cdot (x^2+2)$)
- c. Tento součin odečti od prvního polynomu a výsledek tohoto odečtení napiš do závorky za nápis „zbytek“.

ŘEŠENÍ CVIČENÍ 1

- Řešení jsou: $(x-1)$; $(x+1)/2$; $(x-4)/(x-2)(x+3)$
- $(2x^4 - 4x^3 + 5x - 2) \oslash (x^2 + x - 3) = 2x^2$ (zbytek $-6x^3 + 6x^2 + 5x - 2$)

ROZDĚLENÍ DO TÝMŮ

Najdi svůj tým, společně se budete věnovat těmto tématům:

- Évariste Galois
- Dělení polynomu polynomem se zbytkem

CVIČENÍ 2

- V jaké oblasti matematiky se angažoval Évariste Galois?
- Uveďte alespoň jeden citát Évariste Galoise
- Za co byl Évariste Galois vězněn?
- Jak a v kolika zemřel Évariste Galois?
- Čím se zabývá Galoisova teorie?
- Uveďte název alespoň dvou matematických článků Évariste Galoise.

CVIČENÍ 3

Pomocí krokování jsme se velmi přiblížili k zavedení dělení polynomu polynomem se zbytkem. Budeme zde postupovat tak, že v případě, že polynom ve zbytku bude mít člen, kde x bude s větší mocninou než jakýkoli člen v druhém polynomu, pak

krokování provedeme ještě jednou, tentokrát se naším prvním polynomem stává ten ve zbytku. Toto krokování provádíme do té doby, dokud se ve zbytku vyskytuje člen, ve kterém se vyskytuje x s větší (nebo stejnou) mocninou jako v polynomu druhém (ten zůstává nezměněný po celé toto opakované krokování). Toto opakované krokování tedy nazveme dělením polynomu polynomem se zbytkem, může vypadat například takto (viz obrázek):

$$\begin{array}{r}
 (x^6 - 2x^5 + 4x^4 - 7x^3 + x^2 + 5x - 3) : (x - 1) = (x^5 - x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2) \text{ (zbytek } -1) \\
 \underline{-x^6 + x^5} \quad \downarrow \\
 \quad -x^5 + 4x^4 \\
 \quad \underline{+x^5 - x^4} \\
 \quad \quad +3x^4 - 7x^3 \\
 \quad \quad \underline{-3x^4 + 3x^3} \\
 \quad \quad \quad -4x^3 + x^2 \\
 \quad \quad \quad \underline{+4x^3 - 4x^2} \\
 \quad \quad \quad \quad -3x^2 + 5x \\
 \quad \quad \quad \quad \underline{+3x^2 - 3x} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad +2x - 3 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \underline{-2x + 2} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad -1
 \end{array}$$

- Proveďte toto dělení polynomu polynomem se zbytkem:

$$\begin{aligned}
 (x^2 + 2x + 1) : (x + 1) &= \\
 (x^4 - 2x + 5) : (x^2 - 2) &= \\
 (x^3 - 2x^2 + 7x - 1) : (x - 2) &=
 \end{aligned}$$

- Nahradíme nyní každý sudý koeficient v polynomu symbolem „S“ a každý lichý koeficient symbolem „L“.

Vypočítejte:

$$\begin{aligned}
 (Sx + L)(Lx + L) &= \\
 (Lx^2 + Sx + L)(Lx + S) &= \\
 Lx^2(Lx^4 + Lx^3 + Sx + L)(Sx + S) &=
 \end{aligned}$$

- BONUS: Nyní nahradíme symbol „L“ číslicí 1 a symbol „S“ číslicí 0. Zkuste vyřešit úlohy z b. s těmito symboly. Jak se chovají? Vyřešte toto dělení polynomu polynomem se zbytkem, kde jsme nahradili sudá čísla symbolem nula a lichá čísla symbolem jedna:

$$\begin{aligned}
 (1x^3 + 1x^2 + 0x + 1) : (0x^2 + 1x + 1) &= \\
 (1x^7 + 0x^6 + 1x^4 + 1x^3 + 1x + 1) : (1x^4 + 1x^2 + 1) &=
 \end{aligned}$$